

SCHEDA DI RECUPERO SULLE POTENZE

Definizione di potenza La potenza **n**-esima di un numero qualsiasi a è il prodotto di **n** fattori tutti uguali ad **a**.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ volte}}$$

La scrittura a^n si chiama **potenza**, in particolare **a** rappresenta la **base** della potenza ed **n** l'**esponente**.

ESEMPI

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$$

$$(-4)^4 = (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) = +256$$

$$(+4)^3 = (+4) \times (+4) \times (+4) = +64$$

$$(+4)^4 = (+4) \times (+4) \times (+4) \times (+4) = +256$$

$$(-3/2)^2 = (-3/2) \times (-3/2) = +9/4$$

$$(-3/2)^3 = (-3/2) \times (-3/2) \times (-3/2) = -27/8$$

$$(+1/2)^2 = (+1/2) \times (+1/2)$$

$$(+3/2)^3 = (+3/2) \times (+3/2) \times (+3/2) = + 27/8$$

ESERCIZIO 1

Completa (osserva i risultati ottenuti in precedenza):

- a. Un numero positivo elevato ad esponente pari ha come risultato un numero
- b. Un numero positivo elevato ad esponente dispari ha come risultato un numero
- c. Un numero negativo elevato ad esponente pari ha come risultato un numero
- d. Un numero negativo elevato ad esponente dispari ha come risultato un numero

Deduciamo che:

- se l'esponente è dispari, il segno della potenza dipende dal segno della base, cioè se la base è positiva, la potenza è positiva, se la base è negativa la potenza è negativa.
- se l'esponente è pari, il segno della potenza è sempre positivo.

ESERCIZIO 2

Determina le seguenti potenze (attenzione all'uso delle parentesi nell'ultima riga di esercizi)

a. $(-2)^6$; $(+2)^3$; $(-2)^5$; $(+2)^4$; $(-1)^3$; $(+3)^5$; $(-5)^3$; $(-2)^4$; $(-2)^3$; $(-3)^1$;

b. $(-1)^4$; $\left(+\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(+\frac{3}{2}\right)^3$; $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$; $\left(+\frac{1}{2}\right)^5$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(-\frac{4}{5}\right)^1$;

c. $(-3)^2$; -3^2 ; $(-2)^4$; -2^4 ; $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; $-\frac{2^3}{3}$; $\left(+\frac{3}{2}\right)^3$; $\frac{3^3}{2}$; $\left(-\frac{5}{4}\right)^2$; $\frac{(-5)^2}{4}$;

ESERCIZIO 3

Vero o falso?

a. $(-2)^{10} < 0$ $(-2^3) = (-2)^3$ $(-3)^3 < 0$ $(-4)^8 < (+4)^8$ $-9 = (-3)^2$ $(-10)^0 > 0$

b. $(-5)^{10} > (-10)^5$ $(-2)^9 < 0$ $(-2^3) = -(2^3)$ $(-1)^{18} < (+1)^{18}$ $(-5)^7 < (+5)^7$ $-5^7 < (-5)^7$

PROPRIETÀ DELLE POTENZE.

1. Il prodotto di due o più potenze con la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.
In simboli: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ con a numero qualsiasi e n, m interi positivo
2. Il quoziente di due o più potenze con la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti.
In simboli: $a^m : a^n = a^{m-n}$ con a numero qualsiasi diverso da 0 e n, m interi positivi (m>n)
3. La potenza di una è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti.
In simboli: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ con a numero qualsiasi e n, m interi positivi
4. Il prodotto di due o più potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente.
In simboli: $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ con a, b numeri qualsiasi e m intero positivo
5. Il quoziente di due o più potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha per base il quoziente delle basi e per esponente lo stesso esponente.
In simboli: $a^m : b^m = (a : b)^m$ con a, b numeri qualsiasi (b diverso da 0) e m intero positivo

ESERCIZIO 4

Calcola utilizzando la proprietà 1 (se gli esponenti sono numeri troppo grandi lascia il risultato sotto forma di potenza)

a. $3^2 \times 3^5 =$ $2^3 \times 2^2 =$ $(-4)^2 \times (-4)^3 \times (-4) =$ $5^2 \times 5 \times 5^3 =$ $(-3)^2 \times (-3)^5 =$

b. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 =$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3 =$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$ $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 =$ $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^4 =$

ESERCIZIO 5

Calcola utilizzando la proprietà 2 (se gli esponenti sono numeri troppo grandi lascia il risultato sotto forma di potenza)

a. $3^7 : 3^5 =$ $7^3 : 7^2 =$ $(-4)^5 : (-4)^3 : (-4) =$ $5^6 : 5 : 5^2 =$ $(-2)^5 : (-2)^2 =$

b. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^4 =$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 : \left(-\frac{1}{3}\right)^1 =$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$ $\left(\frac{1}{3}\right)^7 : \left(\frac{1}{3}\right)^4 =$ $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 : \left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$

ESERCIZIO 6

Calcola utilizzando la proprietà 3 (se gli esponenti sono numeri troppo grandi lascia il risultato sotto forma di potenza)

a. $(3^2)^5 =$ $(2^3)^2 =$ $((-4)^2)^3 =$ $((5^2)^2)^3 =$ $(((-3)^2)^5)^3 =$

b. $\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right)^2 =$ $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^3 =$ $\left(\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right)^4\right)^3 =$ $\left(\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right)^3 =$ $\left(\left(\left(\frac{5}{3}\right)^1\right)^3\right)^4 =$

ESERCIZIO 7

Calcola utilizzando la proprietà 4 (se gli esponenti sono numeri troppo grandi lascia il risultato sotto forma di potenza)

a. $3^5 \times 2^5 =$ $4^2 \times 2^2 =$ $(-4)^3 \times (-3)^3 \times (2)^3 =$ $5^2 \times 2^2 \times 4^2 =$ $(-3)^2 \times (-5)^2 =$

b. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 =$ $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = (-4)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$ $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{15}{2}\right)^4 =$ $\left(\frac{4}{9}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 =$

ESERCIZIO 8

Calcola utilizzando la proprietà 5 (se gli esponenti sono numeri troppo grandi lascia il risultato sotto forma di potenza)

a. $16^5 : 2^5 =$ $3^2 : 2^2 =$ $(-18)^3 : (-3)^3 : (2)^3 =$ $20^2 : 2^2 : 4^2 =$ $(-35)^2 : (-5)^2 =$

b. $\left(\frac{2}{9}\right)^5 : \left(\frac{1}{3}\right)^5 =$ $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 : \left(-\frac{27}{8}\right)^3 = (-4)^2 : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$ $\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{2}{15}\right)^4 =$ $\left(\frac{4}{9}\right)^2 : \left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

CASI PARTICOLARI

- per ogni a, $a^1 = a$
- per ogni a $\neq 0$, $a^0 = 1$ (ATTENZIONE! 0^0 è indeterminato)
- per ogni a, $1^a = 1$
- per ogni a intero positivo con a $\neq 0$, $0^a = 0$

ESERCIZIO 9

Completa:

a. $(-5)^0 =$ $(-1)^0 =$ $0^0 =$ $0^5 =$ $2^1 =$

b. $6^0 =$ $0^8 =$ $-1^0 =$ $1^4 =$ $1^2 =$

c. $\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right)^0 =$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^1 =$ $\left(\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right)^1\right)^3 =$ $\left(\left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right)^2\right)^3 =$ $\left(\left(0^1\right)^3\right)^4 =$

ESERCIZIO 10

Sostituire ai puntini il valore che rende vera ciascuna uguaglianza.

a. $3^2 \times \dots^3 = 3^5;$	$7^{\dots} \times 5^{\dots} = 35^2$	$7^5 \times 7^2 \times 7^{\dots} = 7^{11};$	$(3^3)^{\dots} \times 2^{\dots} = 6^{12};$
b. $18^{\dots} : 6^{\dots} = 3^4;$	$[(3^3)^{\dots}]^{\dots} = 3^{30};$	$12^5 : \dots^5 = 4^5;$	$5^{\dots} \times 5^4 : 5^3 = 5^3$
c. $\left(\frac{2}{9}\right)^{\dots} : \left(\frac{1}{3}\right)^{\dots} = \left(\frac{2}{3}\right)^3;$	$\left(-\frac{3}{2}\right)^{\dots} : \left(-\frac{27}{8}\right)^5 = (\dots)^5;$	$(-4)^{\dots} : (\dots)^2 = (8)^2;$	$\left(\left(-\frac{3}{2}\right)^{\dots}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^{15}$

$d. \left(\left(\left(-\frac{1}{3} \right)^2 \right)^{\dots} \right)^3 = \left(-\frac{1}{3} \right)^{12}$	$\left(\frac{1}{2} \right)^{\dots} \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 = (\dots)^7$	$\left(\frac{1}{3} \right)^3 \times (\dots)^{\dots} = \left(\frac{1}{3} \right)^7$	$\left(-\frac{3}{2} \right)^{\dots} \times \left(-\frac{3}{2} \right)^4 = \left(-\frac{3}{2} \right)^{20}$
---	--	--	---

ANCORA PROPRIETÀ.....

$(+4)^4 = (-4)^4$	infatti: qualsiasi sia il segno della base una potenza elevata a esponente pari è sempre positiva
$(+4)^3 = -(-4)^3$	infatti: $(+4)^3 = (+4) \times (+4) \times (+4) = +64$ $-(-4)^3 = -[(-4) \times (-4) \times (-4)] = -[-64] = +64$
$(-4)^3 = -(+4)^3$	infatti: $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$ $-(+4)^3 = -[(+4) \times (+4) \times (+4)] = -[+64] = -64$

ESERCIZIO 11

Scrivi un'uguaglianza mantenendo la scrittura esponenziale e utilizzando la base opposta

a. $(-2)^5 =$ $- (+3)^3 =$ $(+5)^5 =$ $- (-3)^3 =$ $(+6)^2 =$

b. $(-5)^6 =$ $- (-6)^3 =$ $- (+2)^3 =$ $(-3)^5 =$ $(+5)^3 =$

ESERCIZIO 12

Correggi gli errori.

a. $(-2)^5 \times (3)^5 = (-6)^{10}$ $(-1)^0 = -1$ $(-24)^8 : (-6)^8 = (4)^1$ $10^7 - 10^3 = 10^4$ $0^0 = 0$

b. $\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^4 = \left(\frac{1}{2} \right)^6$ $\left(-\frac{3}{5} \right)^0 = 0$ $\left(-\frac{1}{4} \right)^5 \times \left(-\frac{1}{4} \right)^4 = \left(-\frac{1}{4} \right)^{20}$ $\left(-\frac{3}{2} \right)^7 \times \left(-\frac{3}{2} \right)^8 = \left(\frac{3}{2} \right)^{15}$ $\frac{3^3}{2} = \frac{27}{8}$

ESERCIZIO 13

Nelle espressioni seguenti sono state applicate alcune proprietà delle potenze. Enunciale:

a. $(-2)^5 \times (-2)^3 = (-2)^8 = 2^8$; $(-1)^6 : (-1)^4 = (-1)^2 = +1$;

b. $\left[\left(-\frac{3}{5} \right)^2 \right]^3 = \left(-\frac{3}{5} \right)^6 = +\frac{3^6}{5^6}$; $\frac{(-4)^3 \times (-4)^4 \times (-4)}{(-4)^6}$;

c. $\left[(-3) \times \left(+\frac{2}{5} \right) \times (-2) \right]^3 = (-3)^3 \times \left(+\frac{2}{5} \right)^3 \times (-2)^3$; $(-5)^4 \times \left(-\frac{2}{5} \right)^4 = \left[(-5) \times \left(-\frac{2}{5} \right) \right]^4 = (+2)^4$;

$$d. \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2}{\left(\frac{5}{3}\right) \times \left(\frac{5}{3}\right)^5} = \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{(+5)^3}{(+5)^3} = \frac{(-5)^3}{(-5)^3} = +\frac{125}{27}$$

ESERCIZIO 14

Risolvi applicando “tutte” le proprietà delle potenze:

- a. $5^3 \times 5^4$; $(-12) \times (-12)^3$; $21^3 \times 21 \times 21^4$; $(-5)^6 : (-5)^2$; $6^8 : 6^5$;
b. $[(-7^3)^2]^4$; $(-3)^2 \times (3)^5$; $3^4 : (-3)^3$; $56^5 \times 56 \times 56^4$; $(-6)^5 \times (-6)^4 \times (-6)^2$;
c. $[(17^4)^3]^3$; $(-81)^5 : (-81)^4$; $2^3 \times 2^4 \times 2^2$; $[(8^4)^3]^0$; $(6^2 \times 6)^4 : (6^{20} : 6^9)$;
d. $(-4)^5 \times (-4)^4 \times (-4)^3 \times (-4)^2 \times (-4)$; $[(4^2)^7]^4$; $(6^3 \times 6 \times 6^2) : 6^4$; $(2^3 \times 2^5) : 2^4$;
e. $(2^7 \times 2^6 \times 2^4 \times 2^3) : (2^8 \times 2^2 \times 2)$; $(7^{11} : 7^3) \times 7^2$; $(3^8 \times 3 \times 3^5) : 3^6$; $[(2^3)^4] : (2^3 \times 2^4)$;
f. $[(4^2 \times 4^3 \times 4^4 \times 4^5)]^2 : (4^{12} \times 4^{10})$; $[(23^4)^5]^3$; $(3)^2 \times (-3)^5$; $(-6)^5 \times (6)^3 \times (-6)^2$;
g. $\left[\left(-\frac{8}{5}\right)^5 : \left(-\frac{8}{5}\right)^3\right]^4 : \left(-\frac{8}{5}\right)^6$; $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^6$; $\left[\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)\right]^2 : \left[\left(-\frac{3}{4}\right)^2\right]^3$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^6 \times \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^4$

ESERCIZIO 15

Sulla traccia dei primi esercizi svolti, calcola il valore delle successive espressioni, applicando le proprietà delle potenze:

- a. $3^3 \times 3^4 : 3^5 = 3^{3+4} : 3^5 = 3^7 : 3^5 = 3^{7-5} = 3^2 = 9$ b. $9^3 : 3^5 \times 27^2 = (3^2)^3 : 3^5 \times (3^3)^2 = 3^6 : 3^5 \times 3^6 = 3^7$
c. $(4^8 : 4^2) : (4^5 : 4)$ d. $[(6^2)^3]^5 : (2^5)^6$
e. $[3^4 : (3^0 \times 3^4)] \times [4^3 \times 4^2 : 4^5]$ f. $[(5^3 : 5^3)^2 \times (3 \times 3^2)] \times [(5^3)^2 : 5^2 : 5]$
g. $[(2^2 \times 2^3)^2 : 2^4] : 2$ h. $(8^7 : 8^6 \times 8^2)^2 : (2^6 : 2^3)^2$
i. $125 \times (2 \times 12 \times 3^2) : (25 \times 15 \times 9)$ j. $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^2 \left(-\frac{1}{3}\right)^3 : \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^3$;
k. $\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(+\frac{27}{4}\right)^5 : \left(+\frac{6}{5}\right)^5 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^5$ l. $\frac{(-2)^5(-2)^3}{(-2)^2(-2)^4} \cdot (-1-1)^2 \cdot (-5+3)^3 : (-2)^4$
m. $\left[-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \left(-\frac{2}{3}\right)^{312}\right] : \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{412}\right]$ n. $\left\{\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^{216} : \left(-\frac{3}{4}\right)^3\right]^2 : \left[\left(-\frac{3}{4}\right)^{215} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^4\right]\right\}$
o. $\left(-\frac{6}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)^4 : \left[(-2)^4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^4\right] : \left(+\frac{2}{3}\right)^4$ p. $\left[\left(-\frac{2}{5}\right)^3 : \left(-\frac{2}{5}\right)^2\right]^4 : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)\right]$

ESERCIZIO 16

Sulla traccia del primo esercizio svolto, calcola il valore delle successive espressioni, applicando, dove possibile, le proprietà delle potenze:¹

a. $(2^4 - 3 \times 4)^2 + (5^4 : 5^3 - 12 : 2^2) = (16 - 12)^2 + (5 - 12 : 4) = 4^2 + (5 - 3) = 16 + 2 = 18$

b. $[(12 : 2 - 3 \times 2)^5 + (5^2 - 2^3 \times 3)]^4 \cdot (8 \times 4 - 60 : 2)^3$

c. $\{[(15 - 3 \times 2^2)^2 \cdot 2^2 + (2 \times 6 : 3 - 2)^3] : 2^2 - 8\}^3 : 3^3$

d. $\{[(12 : 3 + 4 \times 3^2) - (4^2 + 2^4)]^2 - (8 \times 4 - 5^2)\}^0$

e. $\{2^4 : (5 \times 2^2 - 2^2) \times [(18 - 7 + 2^2) \times 3 + 2] + 2\}^3 : 7^5$

f. $[8 - (2^3 - 7)^3 - (2^2 + 1)]^3 \times [4 \times (10 : 5) - 2 \times (2^2 - 1)]^3$

g. $\{[(7^2 - 4^2) : (7 + 4) - 2]^4 + [(5^2 - 3^2) : 2^4 + 1]^3\} : 3^2$

h. $\left[-2^2 : \left(1 + \frac{1}{4}\right)^2\right] : \left(-\frac{2}{5}\right)^2 - \left[-5 : \left(1 + \frac{2}{3}\right)\right]^3 : 3^3$ i.

j.
$$\frac{\left[\left(1 + \frac{1}{2}\right)^4 \left(2 - \frac{1}{2}\right)^4\right]^2 : \left[-\frac{3}{2}\right]^{5 \cdot 3}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \left(+\frac{4}{3}\right)^2 \left(-\frac{3}{4}\right)^3}$$

Risultati di alcune espressioni:

Esercizio 15 c) 16 d) 3^{30} e) 1 f) 15^3 g) 16 h) 4^6 i) 8 j) $-\frac{1}{3}$ k) $\frac{3}{12}$ l) -8 m) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$

n) $\left(-\frac{3}{4}\right)^4$ o) 4^4 p) 1

Esercizio 16 b) 8 c) 1 d) 1 e) 7 f) 64 g) 1 h) -15 i) $-\frac{1}{3}$ j) 8

¹ Altre espressioni le puoi trovare nella "scheda di recupero sulle frazioni"